

3 算数・数学科

(1) 算数・数学科における学習内容の関連

数学的な思考力・表現力を育成していくためには、「数学的な考え方」・「数学的な見方や考え方」の観点を大切にしながら指導と評価を適切に行っていくことが重要である。その際、獲得した考えや知識・技能の活用場面は、一つの単元のみで終わるものではなく、異なる単元においても生かせるものである。

例えば、表6（高校数学）に示す二つの異なる単元間の学習内容は、共通の考えを發揮することによって説明できる。どちらの学習内容も共通の「判断の要素」ア、イを基に解決したり、説明したりできるものである。

このように、算数・数学科では、異なる

単元間において共通の「判断の要素」に焦点を当てることで、数学的な思考力・表現力を計画的・継続的に育成することができる。

表6 関連する学習内容と共通の「判断の要素」例

学習内容		共通の「判断の要素」
数学Ⅰ 『数と式』 「根号を含む式の計算」	アに基づく学習内容 $2\sqrt{7}+3\sqrt{7}=5\sqrt{7}$ イに基づく学習内容 $(\sqrt{3})^2=3, (\sqrt{3})^4=9$	ア 文字と同じように扱い計算しようとする考え
数学Ⅱ 『いろいろな式』 「複素数の計算」	アに基づく学習内容 $2i+3i=5i$ イに基づく学習内容 $i^2=-1, i^4=1$	イ 偶数乗が現れたら、整数に置き換える考え

(2) 算数・数学科における学習内容の関連を踏まえた指導

ア 知識・技能の活用を図る学習活動

算数・数学科の授業では、問題解決の場面において、知識・技能を基にして数学的な思考力・表現力を發揮しながら新たな考えを創り出していくことになる。具体的には、数や図形の性質などを的確に表したり、根拠を明らかにして筋道を立てて説明したりしながら数学的な思考力・表現力を發揮していくことになる。このように図22で示す一連の活動を知識・技能の活用を図る学習活動と捉える。

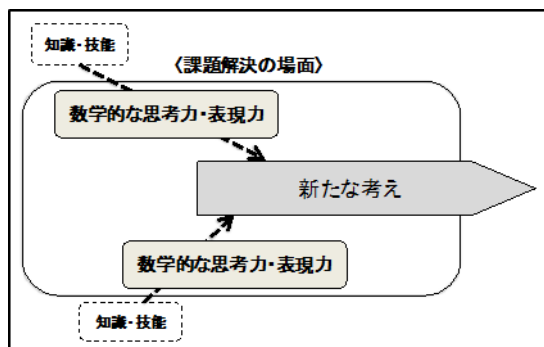


図22 知識・技能の活用を図る学習活動

イ 見通し・振り返り学習活動

学習内容の関連を踏まえた指導において、図23のような見通し・振り返り学習活動が大切である。学習内容の関連を踏まえた指導を行うことで、見通しの学習活動では、関連する学習内容を想起しやすくなったり、解決に向けてどの内容を活用すればよいか適切に判断しやすくなったりすると考える。

また、振り返りの学習活動では、導き出された解決

方法がどのような考えによるものなのか、既習単元の学習内容に踏み込んで振り返ることになり、関連した内容を体系的に捉えさせることにつながっていく。さらに、授業の終末段階等で、導き出された解決方法が今後どのような学習や課題等に活用できるのかを予想するなど見通しをもたせることも期待され、より一層、児童生徒の主体的な学びにつながると考えられる。

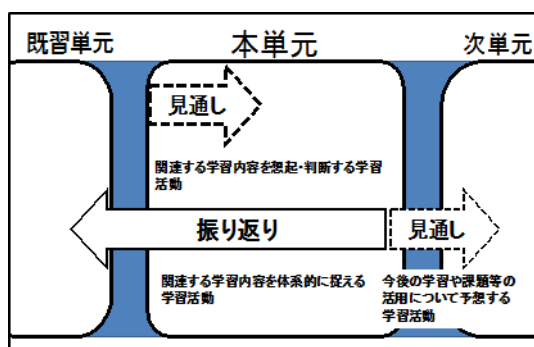


図23 見通し・振り返り学習活動

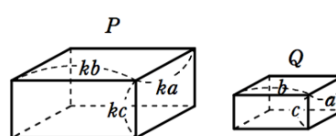
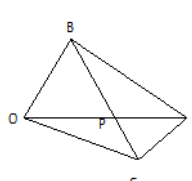
(3) 算数・数学科における学習内容の関連を踏まえた「判断基準」の設定と評価

ア 「判断基準」の設定

学習内容の関連を踏まえた「判断基準」を設定する順序について、中学校数学の内容を例に述べる。まず、本単元の中で、①「数学的な見方や考え方」を見取るための評価規準を作成する。次に、次単元の「数学的な見方や考え方」を見取る学習内容を分析し、②互いの評価規準を比較すると、本単元と関連する学習内容が次単元の中にあることが分かる。そこで、その評価規準を分析した上で、③「判断の要素」を設定し、④「判断の要素」の中に共通するものがあることを確認する。

さらに、二つの授業場面に共通する「判断の要素」をより具体化した、それぞれの授業における⑤判断基準Bと、予想される生徒の表現例を設定する。

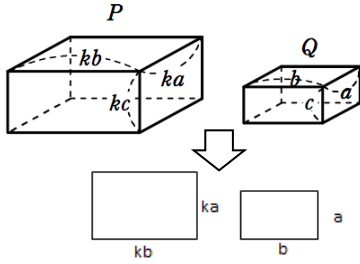
このような流れで、本単元「図形と相似」と次単元「線分の比と計算」においては、次のように「判断基準」を設定することができる。

	<p>本単元「図形と相似」(15/19)</p> <p>【本時の問題】</p> <p>二つの相似な直方体の表面積比，体積比を求めよ。</p> 	<p>次単元「線分の比と計算」(4/12)</p> <p>【本時の問題】</p> <p>$BP : PC = \triangle ABO : \triangle ACO$ を証明する。</p> 	
① 評価規準の作成	<p align="center">評価規準(数学的な見方や考え方)</p> <p>ア 相似な立体の相似比と表面積比及び体積比の関係を調べ，文字式を用いるなどして論理的に考え，イ <u>その求める過程を説明することができる。</u></p> <p>ア 三角形の面積と線分の比の定理の関係を調べ，文字式を用いるなどして論理的に考え，イ <u>その求める過程を説明することができる。</u></p>		② 関連する学習内容の評価
③ 「判断の要素」の設定	<p align="center">判断の要素</p> <p>ア 相似な二つの平面図形に着目するという考え</p> <p>イ <u>分かっている線分の比を基に解決の方法を吟味するという考え</u></p>		
	<p align="center">判断基準B</p> <p>ア 二つの相似な長方形を見いだすことができる。</p> <p>イ <u>分かっている線分の比を基に，直方体の表面積比や体積比を求める過程を考察し説明することができる。</u></p> <p>ア 補助線を引くことで二つの相似な直角三角形を見いだすことができる。</p> <p>イ <u>二つの直角三角形の相似比を基に，面積比について考察し説明することができる。</u></p>		④ 共通の「判断の要素」の確認

⑤ 「判断基準B」の具体的な設定

(表は，次ページに続く。)

【予想される生徒の表現例】



ア 二つの直方体の中には、二つの相似な長方形があります。

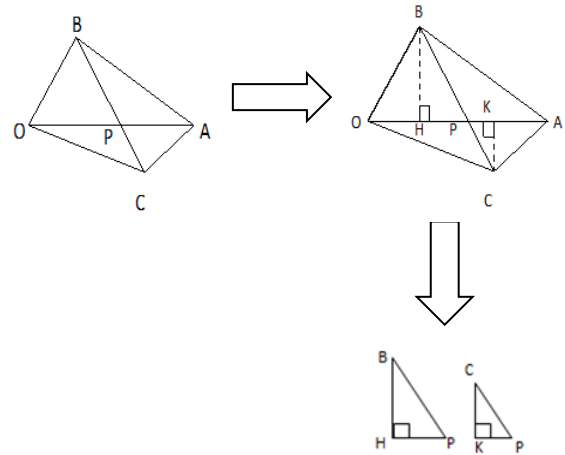
イ 表面積比について考えてみると、
 (直方体Pの表面積) $= 2k^2ab + 2k^2bc + 2k^2ca$
 $= 2k^2(ab + bc + ca)$
 (直方体Qの表面積) $= 2ab + 2bc + 2ca$
 $= 2(ab + bc + ca)$
 (直方体Pの表面積) : (直方体Qの表面積)
 $= 2k^2(ab + bc + ca) : 2(ab + bc + ca)$
 $= k^2 : 1$

になります。
 体積比について考えてみると、
 二つの相似な直方体の底面積の比は、
 (左の長方形の面積) : (右の長方形の面積) $= k^2 : 1$
 なので、
 (左の長方形の面積) $= k^2 \times ab$
 $= k^2 ab$

になります。すると、
 (直方体Pの体積) $= k^2 ab \times kc$
 $= k^3 abc$
 (直方体Qの体積) $= abc$ なので
 (直方体Pの体積) : (直方体Qの体積) $= k^3 abc : abc$
 $= k^3 : 1$

になります。

【予想される生徒の表現例】



ア 点 B, C から辺 OA に垂線 (補助線) を引くと二つの相似な直角三角形ができます。

イ $\triangle ABO : \triangle ACO$ の面積比について考えてみます。

点 B, C から直線 AO に垂線を引き、垂線との交点をそれぞれ H, K とおく。そのとき、 $\triangle BHP$ と $\triangle CKP$ は 2 組の角がそれぞれ等しいから相似になるので、 $BH : CK = BP : CP \dots ①$

そこで、 $\triangle ABO$ と $\triangle ACO$ について面積比を出していくと、
 $\triangle ABO = \frac{1}{2} \times OA \times BH$
 $\triangle ACO = \frac{1}{2} \times OA \times CK \dots ②$ なので

$$\begin{aligned} ①, ② \text{より,} \\ \triangle ABO : \triangle ACO &= BH : CK \\ &= BP : CP \end{aligned}$$

つまり、 $BP : CP = \triangle ABO : \triangle ACO$ になります。

イ 「判断基準」に基づく評価

「判断基準」に基づく評価とは、学習内容の関連を踏まえたことにより設定された評価のことである。つまり、既習した学習内容の考えに気付き、それを生かしたか、あるいは今後の学習で生かしたり、発展させたりすることにつながる考えをもてたかについても評価していくことになる。

その際には、評価だけでなく指導を一体的に行っていくことが重要になるが、「判断基準」や予想される生徒の表現例に基づいて評価を行うことで、様々な表現様式で表出された考えであっても的確に評価し、その状況に応じた指導を行うことが可能になる。すると、例えば本単元では写真1のように、生徒自身の言葉で自分の考えを説明させる場が設定しやすくなり、数学的な思考力・表現力の育成にもつながるのである。

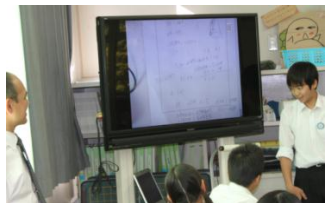
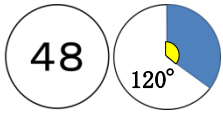


写真1 自分の考えを説明する生徒

具体的には、ノートの記載状況、一斉指導の場やペア学習、グループ学習での発表の状況から、言葉や図、式、表、グラフなどの数学的な表現を中心に見取っていくことになる。評価場面としては、見通しの場面や展開の場面、振り返りの場面を適切に位置付けていき、見取ったことは適宜、全体に広げたり、課題を焦点化したりしながら授業を展開していくことになる。

(4) 算数・数学科における「判断基準」に基づく評価結果を踏まえた指導

小学校第6学年の既習単元「小数と分数の計算」と本単元「いろいろな形の面積」において、数学的な思考力・表現力の育成に関わる学習内容について分析を行うと、以下ようになる。

既習単元「小数と分数の計算」(6/9)	本単元「いろいろな形の面積」(6/10)
【本時の問題】 45分は何時間と表すことができますでしょうか。	【本時の問題】 面積 48m^2 の円形の庭の一部分に芝生を植えようと、計画を立てています。 芝生の扇形の面積は何 m^2 になりますか。 
評価規準(数学的な考え方)	
時間を別の単位に直すときは、基準となる時間を1としたとき、対象となる量が全体のどれだけに当たるのかという見方をすればよいと考えている。	扇形の面積を求めるときは、円全体の面積を1としたとき、対象となる量が全体のどれだけに当たるのかという見方をすればよいと考えている。
判断の要素	
対象とする量が、全体の1に対するどれだけの割合になっているかという見方	
判断基準B	
基準となる量(時間や分)を1としたときの対象とする量(分や秒)は、60等分の何個分になると捉えることができる。	360度を1としたときの対象とする角度は、360等分の何個分になると捉えることができる。
【予想される児童の表現例】 ○ 45分は全体を60等分したうちの45個分だから、割合は $\frac{45}{60}$ と考えることができる。	【予想される児童の表現例】 ○ 120度は、全体を360等分したうちの120個分だから、中心角120度の扇形の面積の割合は、円全体の $\frac{120}{360}$ と考えることができる。
判断基準A	
判断基準Bに加えて、分と時間の関係や、秒と分の関係などについて、分数を用いながら多様に考えることができる。	判断基準Bに加えて、扇形の中心角の大きさに着目して、扇形どうしの割合について多様に考えることができる。

既習単元の「時間を分数で表記する」という学習内容と本単元の「扇形の面積を求める」という学習内容に、共通の「判断の要素」が含まれていることから、学習内容の関連を踏まえた指導が適切であると捉える。この分析により、本単元の補充指導・深化指導は以下ようになる。

ア 補充指導

本単元の【本時の問題】に取り組む中で、児童をB状況にするためには、全体の360度に対する中心角120度がどれだけの割合になっているのか気付かせる必要がある。気付かない児童には、既習単元での学習内容を想起させる補充指導を行う。具体的には、既習単元で、全体の60分に対する1分の割合は、 $\frac{1}{60}$ であるという見方について学習したことを、写真2を提示しながら想起させる。これにより、中心角が120度の扇形が、円全体の $\frac{120}{360}$ と捉えればよいことに気付かせる。学習内容の関連を踏まえることで既習単元の学習内容に基づいた補充指導が有効に働く。

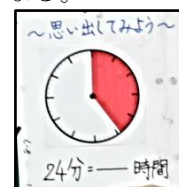








写真2 補充指導の図

イ 深化指導

扇形の面積の求め方について説明できたB状況の児童については、数学的な思考力・表現力を更に育成する深化指導を行う。例えば、中心角60度や中心角300度の扇形を対象に工夫した面積の求め方を考えさせる深化指導を行う。これによって、共通の「判断の要素」に関わる数学的な考え方を発展させ、問題に応じて、全体と捉える扇形を適切に変えれば、簡単な計算で面積が求められることに気付かせられるのである(表7)。つまり、共通の「判断の要素」に関わる深化指導を行うことで、A状況にまで高めることにつながる。

表7 深化指導後の児童の考え

120度の扇形  16m^2	半分 	60度の扇形  $16 \div 2 = 8\text{m}^2$
60度の扇形  8m^2	5倍 	300度の扇形  $8 \times 5 = 40\text{m}^2$

(5) 各学校の実践例

ア 小学校第6学年 単元名「速さ」

(ア) 学習内容の関連を踏まえた言語活動の充実

- 学習内容の関連 (既習単元「小数と分数の計算」と本単元「速さ」の関連)

本実践は、既習単元の「時間を分数で表記する」という学習内容と本単元の「同じ速さを時速、分速、秒速で表記する」という学習内容の関連を踏まえた実践である。二つの学習内容を「数学的な考え方」の観点で分析すると、(イ)に示す共通の「判断の要素」が含まれているので、数学的な思考力・表現力を育成するための指導と評価に有効に働くと考える。

- 本時における、知識・技能の活用を図る学習活動

既習単元の第6時において、60分より短い時間を「時間」を単位にして表す場合に、分数に関する既存の知識や「1時間は60分」という知識等を基に、1分は、1時間を全体としたときにどれだけの割合になっているかという見方で思考することで「1分は $\frac{1}{60}$ 時間」のように表記できることを導き出している。

表8 速さを比べる自動車について

本単元においては、速さを比べるために、表8の自動車Cが分速1.5kmであることから、その速さを時速に変換する課題に取り組んだ。解決方法の一つを紹介すると、既習単元での学習を生かし、時速と分速の関係を

比べる自動車	自動車の速さ
自動車A	2時間で120km走る
自動車B	3時間で210km走る
自動車C	20分で30km走る

を1時間は、1分を全体としたときにどれだけの割合になっているかという見方で思考することで、分速を時速に変換するためには、60倍すればよいことが導き出され、その考えを図や表等を用いて説明する算数的活動につながる。学習内容の関連を踏まえることで、既習の知識を基に思考する活動を展開することになり、数学的な思考力・表現力の育成につながる。

- 本時における、見通し・振り返り学習活動

見通しの学習活動は、分速を時速に変換するために必要な知識・技能及び考え方を想起する活動である。また、振り返りの学習活動は、本時で導き出した解決方法がどの知識を用いて、どのように思考したのかを振り返ったり、既習単元を含めた既習内容の中で共通する考えによって導き出した知識や解決方法がなかったかを振り返ったりする活動である。

(イ) 学習内容の関連を踏まえた「判断基準」の設定

既習単元「小数と分数の計算」(6/9)	本単元「速さ」(3/8)
評価規準 (数学的な考え方)	
時間を別の単位に直すときは、基準にする大きさを1としたときのどれだけの割合になっているかという見方をすればよいと考えている。	速さを別の単位に変換するときは、変換する速さが基準にする大きさを1としたときのどれだけの割合になっているかという見方をすればよいと考えている。
判断の要素	
対象とする量が、全体の1に対するどれだけの割合になっているかという見方	
判断基準B	
基準となる量(時間や分)を1としたときの対象とする量(分や秒)は、60等分の何個分になると、捉えることができる。	基準となる速さ(時速や分速など)を1としたときの変換する速さ(分速や時速など)は、60等分の1個分または60倍になると、捉えることができる。
【予想される児童の表現例】(一部) ○ 1時間は60分なので、1分は $\frac{1}{60}$ 時間と考えればよい。	【予想される児童の表現例】(一部) ○ 時速は、分速を60倍すると求められる。 ○ 20分を3倍すると1時間になるから、道のりを3倍すると時速になる。
判断基準A	
判断基準Bに加えて、分と秒、日と時間など対象を変えても分数で表記できたり、説明できたりすることができる。	判断基準Bに加えて、長さやかさ等での単位変換でも共通の「判断の要素」に基づいていたことを捉えることができる。

(ウ) 「判断基準」に基づく「思考・判断・表現」の指導と評価

本時では、表8にある自動車Bと自動車Cの速さを比べる際に、見通しをもつ学習活動の中で、児童は表9のことに気付いた。これらの内容を全体で確認すると、課題に対して、主体的に解決しようとする姿が見られたので、自力解決に取り組ませた。

表9 見通しをもつ学習活動での気付き

項目	内容
活用できる知識	1時間=60分
解決の方針	自動車Cの速さを時速に直す

○ C状況にある児童に対する補充指導

分速が1.5kmであることは分かるが、どうすれば時速に変換できるのか戸惑っている児童については、分かっていること、求めたいことを写真3のような数直線に表す活動に取り組ませ、数量の関係を視覚的に捉えさせる補充指導を行った。これによって児童は、1分の60倍が60分（1時間）であることから、時速に変換する場合も60倍すればよいことに気付くことができた。

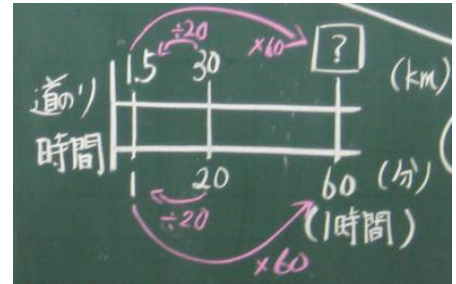


写真3 補充指導に用いた数直線

○ 学習内容の関連を踏まえたことで表出された児童の考え

既習単元での学習内容の関連を踏まえたことで、共通の「判断の要素」に基づいて思考する児童や既習単元の知識・技能が活用できると判断した児童がいた（表10）。

表10 既習単元での学習内容の関連を踏まえたことで導き出された児童の考え

		児童の考え	説明に用いた図や式
共通の「判断の要素」に基づく解決方法	1時間は20分を1としたときに3倍と捉えることができる。	1時間は、20分を3倍したのだから、道のりの30kmを3倍したら時速が求められます。	
既習単元で学んだ知識・技能に基づく解決方法	1時間=60分 20分は60分の $\frac{1}{3}$ である。 よって、20分は $\frac{1}{3}$ 時間である。	20分= $\frac{1}{3}$ 時間だから、道のり÷時間の式に当てはめて、 $30 \div \frac{1}{3}$ の式で計算すれば時速が求められます。	

○ B状況にある児童に対する深化指導

学習内容を統合的に捉えることができるようにするために、速さの関係とこれまでに学習した単位量当たりの大きさの関係との共通点について考えさせる深化指導を行った。すると、写真4のように長さやかさ等での学習の中でも、ある量を1と捉えてどれだけの割合になっているか考えていたことに気付き、それぞれの学習内容を統合的に捉えることにつながった。

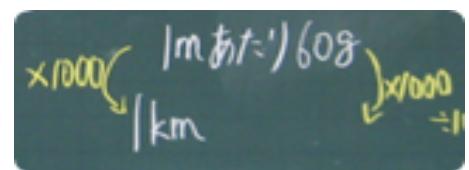


写真4 統合的に捉えた学習内容

(エ) 成果と課題

○ 学習内容の関連を踏まえたことで、身に付けた知識・技能を活用しながら、既習単元で育んだ数学的な思考力・表現力に基づいた考えを導き出すと同時に、自分の考えを数学的な表現を用いて主体的に説明する姿が見られた。

△ 本時と既習の学習内容とを統合的に捉えさせる深化指導では、既習の学習内容を想起しやすくしたり、統合的に捉えてよいことを実感できたりする手立ての工夫が必要である。

イ 中学校第3学年 単元名「二次方程式」

(7) 学習内容の関連を踏まえた言語活動の充実

○ 学習内容の関連（既習単元「平方根」と本単元「二次方程式」の関連）

本実践は、既習単元の「正方形の対角線を求める」という学習内容と本単元の「因数分解できない二次方程式の解法」という学習内容の関連を踏まえた実践である。二つの学習内容を「数学的な見方や考え方」で分析すると、(4)に示す共通の「判断の要素」が含まれているので、学習内容を関連付けながら言語活動を充実させることで数学的な思考力・表現力を育成することの指導と評価に有効に働くと考える。

○ 本時における、知識・技能の活用を図る学習活動

既習単元においては、一見、長さを求めることが困難でありそうな辺の長さについて、平方根の面積と辺の長さの関係から数学的に考察し解決することができた。本時は、平方根についての考えや知識・技能を基に学習課題を解決することになる。

○ 本時における、見通し・振り返り学習活動

まず、**図24**の学習課題においては、二次方程式の解決につながるような面積図を示し、解決の見通しをもつことができるようにした。また、解決に使えるような既習の考え方や用語などを、一斉指導やペア学習において発言させていくことで見通しをもたせていった。さらに、振り返り学習活動においては、図と式を対応させながら解決の糸口の参考になった平方根の考えのよさを確認させていった。

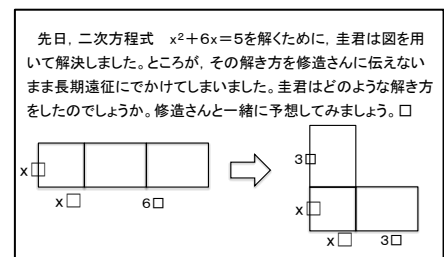


図 24 本時の学習課題

(4) 学習内容の関連を踏まえた「判断基準」の設定

既習単元「平方根」 (13/15)	本単元「二次方程式」 (7/15)
評価規準（数学的な見方や考え方）	
正の数の平方根を用いて表したり、処理したりした結果を基にして具体的な場面で数量やその関係について考察できる。	二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の形の方程式は $(x+p)^2=q$ の形に変形すれば解けるといいう解き方に気付き、その考えを説明することができる。
判断の要素	
ア 辺の長さを求める際に、その辺を一边とする正方形に帰着させる考え イ 数量や式と図の関係について、平方根についての考えを基に捉え説明しようとする	
判断基準B	
ア 正方形の対角線の長さを求めるために、対角線を一边とする別の正方形に帰着させるという考えに気付くことができる。 イ 正方形の面積と辺の関係について、平方根の考えを使って説明することができる。	ア 正方形の辺の長さを求めるために、補助線を引くことで、正方形をつくるという考えに気付くことができる。 イ 図や等式の性質、平方根の考えを使うことで、二次方程式を変形し、解を求める過程を説明することができる。
【予想される生徒の表現例】 (一部) ア 一边が 1 cm の正方形の対角線を一边とする正方形をつくって考えてみようかな。 イ 一边が 1 cm の正方形の対角線を一边とする正方形の面積は 2 cm^2 になるので、対角線の長さは $\sqrt{2}\text{ cm}$ になるよ。	【予想される生徒の表現例】 (一部) ア 図に補助線を引いて正方形をつくってみようかな。 イ 図や等式の性質を用いて、二次方程式を変形した式をつくることで、 $(x+3)^2=14$ をつくり、 x の値を求められるよ。
判断基準A	
判断基準Bに加えて、A 4判の紙の縦と横の長さの比について考察し、そのわけを説明することができる。	判断基準Bに加えて、 x の係数が奇数である場合の二次方程式の解き方を説明することができる。

(ウ) 「判断基準」に基づく「思考・判断・表現」の指導と評価

○ C状況にある生徒への補充指導について

まず、個人で考えさせるときに「学習課題の図に補助線を引くことで、解決できないか」という助言をしたが、解決の見通しが立てられない生徒がいた。

そこで、既習単元「平方根」で正方形の対角線の長さを求める場面を振り返らせ、対角線を一边とする正方形をつくり、正方形の面積を求めることで辺の長さを求めることができるという考えを想起させていった(写真5)。

さらに、「変形前の長方形の面積と補助線を引いた正方形の面積を比べたとき、大きさにどのような違いがあるか」と問うことで、生徒は正方形の面積に着目することができ、平方根の考えを使って二次方程式を解く一連の過程を、式(図25)と図を基に説明できていた。

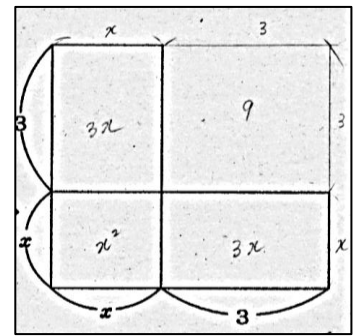


写真5 生徒の解決の状況

$$\begin{array}{l}
 x^2 + 6x + 9 = 5 + 9 \\
 (x+3)^2 = 14 \\
 A^2 = 14 \\
 A = \pm\sqrt{14}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x+3 = \pm\sqrt{14} \\
 x = -3 \pm\sqrt{14}
 \end{array}$$

図25 二次方程式を解く一連の過程

○ B状況にある生徒への深化指導について

例えば、 $x^2 + 5x = 10$ のようなxの係数が奇数である二次方程式を解く場合に当たっては、xの係数5を基に小数 2.5^2 を使って解こうとしたが、うまく解決できない生徒が見られたので、分数を使うと処理しやすいことを伝えた。

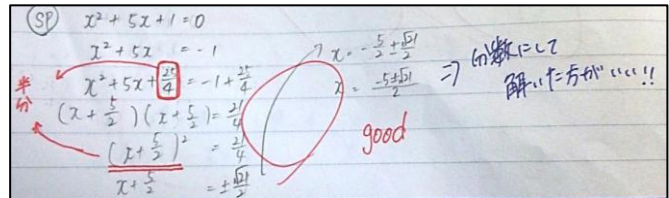


写真6 深化指導の後の生徒のノートの状況

それでもうまく解決できない生徒には、学習課題で用いた図を基に振り返りながら考えるように指導した。生徒は、 $x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 10 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$ と表現した上で平方完成の形に式変形し、解決できていた。なお、写真6は深化指導を行った後の生徒のノートの状況である。

(エ) 成果と課題

- 既習事項との関連性を踏まえて導入を行った結果、平方完成をつくるための式変形の仕方について、式と図を対応させながら視覚的にも理解することができていた。
- 既習単元「平方根」では、正方形と対角線との関係の理解が不十分であった一部の生徒が、この場面で改めて学習することで理解を深めることができていた。
- 判断基準Bを設定したことにより、教師は到達していない生徒への指導がしやすくなった。また、B状況に到達している生徒が到達できていない生徒に、図や式を用いて説明する場面が見られるなど言語活動の充実が図られた。
- 「判断基準」を明確にすることで、生徒の思考力育成という観点を大切にしながらの評価や指導が行いやすくなった。
- △ 平方根の考え方を扱うことの理解が十分にできないまま、計算の仕方の処理のみを覚えて練習問題を解く生徒が一部見られた。そこで、図と式を対応させながら、再度、指導していく必要がある。
- △ C状況の生徒への補充指導については、既習内容の学び直しを設定していく必要がある。

ウ 高等学校第3学年 単元名「微分法と積分法」

(ア) 学習内容の関連を踏まえた言語活動の充実

- 学習内容の関連（既習単元「図形と方程式」と本単元「微分法と積分法」の関連）

本実践は、既習単元の「2点を通る直線の方程式の求め方を考える」という学習内容と本単元の「接線の方程式の求め方を考える」という学習内容の関連を踏まえた実践である。二つの学習内容を「数学的な見方や考え方」の観点で分析すると、(イ)に示す共通の「判断の要素」が含まれているので、数学的な思考力・表現力を育成するための指導と評価に有効に働くと考える。

- 本単元における、知識・技能の活用を図る学習活動

既習単元では、2点を通る直線の傾きをそれらの座標を使って考え、傾きと一つの点に分かることにより直線の方程式が求められることを学んだ。本単元では、接線が曲線に接する直線であることから、傾きと接点の座標を使って方程式が求められることに気付き、どのようにしたら傾きが求められるかを考える学習活動へと展開していくようにする。

- 本単元における、見通し・振り返り学習活動

見通しの学習活動は、傾きの求め方は異なるが傾きと一つの点に分かれれば直線の方程式が求められることを想起する活動である。また、振り返りの学習活動は、本時で接線の方程式を求めるため、与えられた条件から傾きをどのように考えたかを振り返り、既習内容の中で共通する考えによって導き出した知識や解決方法がなかったかを振り返る活動である。

(イ) 学習内容の関連を踏まえた「判断基準」の設定

既習単元「図形と方程式」 (5/18)	本単元「微分法と積分法」 (3/20)
評価規準（数学的な見方や考え方）	
直線の方程式は、傾きと通る点の座標が分かれば求められることを理解し、2点の座標が与えられた場合に応用して考えようとしている。	曲線上の点における微分係数が接線の傾きとなることを理解し、直線の方程式を傾きと直線の通る点の座標で求める考え方と関連付けて、接線の方程式の求め方を考察しようとしている。
判断の要素	
ア 与えられた条件から、直線の傾きを求めようとする考え	
イ 傾きと通る点の座標を用いて、直線の方程式を求めようとする考え	
判断基準B	
ア 2点の座標から直線の傾きを求めようとしている。	ア 接線の傾きは、接点の x 座標における微分係数であることに気付き、傾きを求めようとしている。
イ 直線の傾き m と通る点の座標 (x_1, y_1) を確認し、 $y - y_1 = m(x - x_1)$ の公式を活用して、直線の方程式を求めようとしている。	イ 微分係数と接点の座標から、傾きと一つの点の座標から求める公式を活用して、接線の方程式を求めようとしている。
【予想される生徒の表現例】（一部）	
ア 直線の傾き m は、2点の座標から求めることができる。	ア 接点の x 座標における微分係数が接線の傾きであるから、導関数を求めて x 座標を代入すればよい。
イ 傾き m が求められれば、傾きと通る点の座標を使って、直線の方程式が求められる。	イ 微分係数が求められれば、接点の x 座標を使って傾きが分かり、通る点の座標を使うことで接線の方程式が求められる。

判断基準 A	
判断基準 Bに加えて、 $y-y_1=m(x-x_1)$ の式で表される直線は、点 (x_1, y_1) を通ることを、代入や平行移動の観点から示し、 $y=ax+b$ の形から b を消去する方法の相違点や公式の有用性を説明することができる。	判断基準 Bに加えて、曲線上の接点における接線の方程式が、 $y-f(a)=f'(a)(x-a)$ となることを根拠に、接点の x 座標が決まれば接線の方程式がただ一つに決まることを説明できる。

(ウ) 「判断基準」に基づく「思考・判断・表現」の指導と評価

○ C 状況にある生徒に対する補充指導について

練習13において、接点の y 座標である $f(a)$ の値と微分係数 $f'(a)$ の値を混同して考えている生徒が見られた。微分係数 $f'(a)$ が傾きであることについては、授業開始時に復習して確認していたので、「 $f(a)$ は何を表していたか？ $f'(a)$ は何を表していたか？」と板書を示しながら生徒に問い掛けを行った（写真7）。

また、練習14において、公式に当てはめて作った式を整理する際に、上手く整理できない生徒が多く見られた（図26）。括弧の中の「 a で表された式が一つの数である」という考えができていないことが原因だと考えられる。応用例題1の説明で板書していた式で確認をさせた（写真8）。

○ B 状況にある生徒に対する深化指導について

応用例題1の説明の際に、練習13との違いに着目させ、接点の x 座標を a と与えることで a の値が求まれば接線の方程式が、写真7のように表せることを説明していたので、「接点の x 座標が求められれば接線の方程式が決まる。」と生徒から答えを得ることができた。

(エ) 成果と課題

○ 「判断基準」と「判断の要素」を明確にしておくことで、生徒の到達度が見取りやすくなり、評価を生かした授業を行うことができた。

○ 生徒は既習事項との関連付けをすることにより、一人一人がしっかりと見通しをもって、課題に取り組むことができた。

△ 微分係数 $f'(a)$ の意味や、 $(a, f(a))$ が接点の座標であることなどが理解できておらず、形式的に $y-f(a)=f'(a)(x-a)$ を用いようとする生徒も見られた。教師は事前の教材研究を充実させ、学習内容間・学年間・校種間と様々な視点から指導内容を捉える必要がある。

△ 生徒が既習事項との相違点を考察できるように、働き掛けを工夫する必要がある。

練習13

関数 $y=2x^2-4x+3$ のグラフ上に点 A (2, 3) をとる。

- (1) 点 A における接線の傾きを求めよ。
- (2) 点 A における接線の方程式を求めよ。

接点 $(a, f(a))$ 上の接線
 $\Rightarrow y - f(a) = f'(a)(x - a)$

写真7 接線の方程式の公式

練習14

関数 $y=x^2-2x+4$ のグラフに原点 O から引いた接線は2本ある。この2本の接線の方程式を求めよ。

$y = (a^2 - 2a + 4) = (2a - 2)(x - a)$
 $y = 2ax - 2a^2 - 2x + 2a + a^2 - 2a + 4$
 $y = 2ax - 2x + 4$
 $0 = 2a \times 0 - 2 \times 0 + 4$

図26 練習14における式変形のミス

応用例題1

関数 $y=x^2+3$ のグラフに点 C (1, 0) から引いた接線は2本ある。この2本の接線の方程式を求めよ。

解) 接点を (a, a^2+3) とす
 $f(x) = x^2+3$ とおく
 $f'(x) = 2x$
 \therefore 傾きは $f'(a) = 2a$
 \therefore 接点 (a, a^2+3)
 \therefore 接線は $y - (a^2+3) = 2a(x - a)$

写真8 文字係数の確認(応用例題1)